

# Tarea 9

**Profesor: Fernando Lund**

Auxiliar: Javier Huenupi

Ayudante: Pedro J. Aguilera Rojas

**Indicación:** Esta tarea debe ser entregada en formato PDF por UCursos (recuerde poner su nombre en su desarrollo) a más tardar el **jueves 26 de octubre** a las 23:59

## Pregunta 1

Considere una partícula gobernada por el siguiente sistema diferencial no lineal:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \mu x + y - x^2 \\ \frac{dy}{dt} &= -x + \mu y + 2x^2,\end{aligned}\tag{1}$$

donde  $\mu$  es una constante que genera una bifurcación. En este problema usted buscará encontrar una expresión analítica aproximada del radio del ciclo límite, para esto realice lo siguiente

- Desacople las ecuaciones de (1), para encontrar una expresión de  $\ddot{x}$  como función únicamente de  $x$ ,  $\dot{x}$  y la constante  $\mu$
- Para resolver con aproximaciones sucesivas, expanda  $x$  como

$$x(t) = \lambda x^{(1)} + \lambda^2 x^{(2)} + \lambda^3 x^{(3)} + \dots,\tag{2}$$

con  $\lambda$  un parámetro perturbativo que debe escoger

- Reemplace esta expansión en la EDO de segundo orden conseguida en a) y consiga las 3 ecuaciones diferenciales que emergen de separar los distintos órdenes del problema
- Calcule las **soluciones analíticas** hasta el tercer orden (o sea, calcular  $x^{(1)}$ ,  $x^{(2)}$  y  $x^{(3)}$  en función del tiempo)
- Utilizando d) encuentre la expresión de  $y(t)$  hasta el mismo orden
- Elija una condición inicial  $(x_0, y_0)$  y en un mismo gráfico  $x - y$  muestre: el campo vectorial  $(\dot{x}, \dot{y})$ , y la trayectoria de la partícula para más de un periodo del ciclo y para distintos valores de  $\mu$ . Visualmente identifique el valor de  $\mu$  que genera la bifurcación