Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de la Universidad
FI3111 – Mecánica Clásica

Tarea 4

Profesor: Fernando Lund
Auxiliar: Javier Huenupi
Ayudante: P. Joaquín

Indicación: Esta tarea debe ser entregada en formato PDF por UCursos (recuerde poner su nombre en su desarrollo) a más tardar el miércoles 6 de septiembre a las 23:59

Pregunta 1

Un sólido rígido asimétrico (cuyos momentos de inercia en los ejes principales siguen $I_1 < I_2 < I_3$) realiza un movimiento libre de torques externos y donde se tiene $2EI_2 = L^2$. Si ω inicialmente se encuentre en el plano de $\hat{e}_1$ y $\hat{e}_3$ (ver Figura 1), integre las ecuaciones de Euler para obtener la solución

$$\begin{aligned}
\omega_1(t) &= \omega_\infty \left[\frac{I_2(I_3 - I_2)}{I_1(I_3 - I_1)}\right]^{1/2} \operatorname{sech} \frac{t}{\tau}\,, \\
\omega_2(t) &= \omega_\infty \tanh \frac{t}{\tau}\,, \\
\omega_1(t) &= \omega_\infty \left[\frac{I_2(I_2 - I_1)}{I_3(I_3 - I_1)}\right]^{1/2} \operatorname{sech} \frac{t}{\tau}\,,
\end{aligned}$$

donde $\omega_\infty = 2E/L$ y $\tau^{-1} = \omega_\infty \left[(I_3 - I_2)(I_2 - I_1)/I_3 I_1\right]^{1/2}$. Discuta la dependencia temporal de ω^2 y bosqueje el movimiento de $\hat{\omega}$ visto desde el sistema de referencia fijo al sólido rígido.

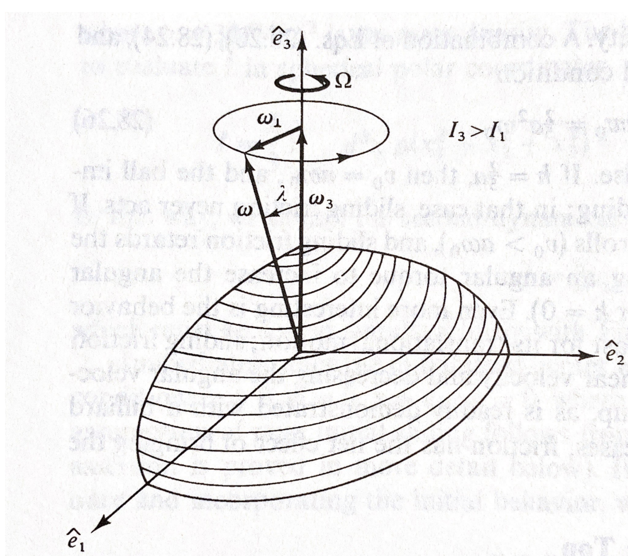

Figura 1: Movimiento de un cuerpo en el sistema de referencia fijo al sólido rígido con $I_1 < I_2 < I_3$

Pregunta 2

Un cilindro sólido de densidad uniforme, radio R y masa M está ubicado en una superficie horizontal plana. Luego se coloca otro cilindro idéntico en el punto más alto del primer cilindro como se muestra en la Figura 2 para $t = 0$. Al cilindro superior se le da una perturbación muy pequeña, de forma que el cilindro inferior rueda sin resbalar sobre el suelo y el cilindro superior rueda sin resbalar sobre el manto del cilindro inferior como se muestra en la figura para $t > 0$.

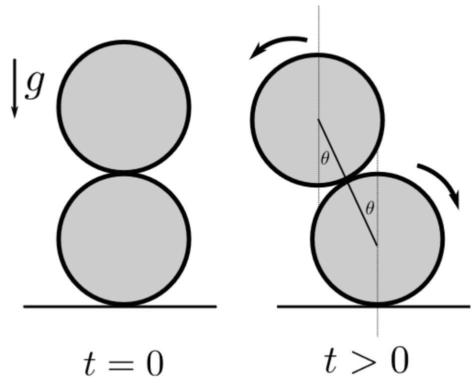

Figura 2: Dos cilindros en presencia de gravedad que ruedan sin deslizar

a) Calcule la matriz de inercia de cada cilindro con respecto al centro de masa de este

b) Usando el Lagrangiano, obtenga la ecuación de movimiento para la dinámica del sistema.

c) Muestre que mientras los cilindros están en contacto se cumple que:

$$\dot{\theta}^2 = \frac{12g(1 - \cos\theta)}{R(17 + 4\cos\theta - 4\cos^2\theta)}$$

donde θ es el ángulo que se muestra en la figura.

d) Calcule la fuerza que un cilindro ejerce sobre otro, en función del ángulo y calcular el ángulo de separación.