

Tarea 10

Profesor: Fernando Lund

Auxiliar: Javier Huenupi

Ayudante: Pedro J. Aguilera Rojas

Indicación: Esta tarea debe ser entregada en formato PDF por UCursos (recuerde poner su nombre en su desarrollo) a más tardar el **jueves 9 de noviembre** a las 23:59

En esta tarea utilizamos la notación vista en clase para el Modelo de Lorenz. Se encuentra en el Capítulo 9 del libro de Fetter y Walecka “Nonlinear Mechanics”.

Pregunta 1: Estabilidad del modelo de Lorenz

Grafique, en el plano complejo λ , la trayectoria de las tres soluciones $\lambda_{1,2,3}(r)$ de la ecuación $f(\lambda, r) = 0$, con

$$f(\lambda, r) \equiv \lambda^3 + \frac{41}{3}\lambda^2 + \left(\frac{80}{3} + \frac{8}{3}r\right)\lambda + \frac{160}{3}(r-1) = 0.$$

Preste especial atención a los intervalos $1 \leq r \leq 2$, y $22 \leq r \leq 26$. Comente sus resultados.

Pregunta 2: Caos en el modelo de Lorenz

a) Resuelva numéricamente las ecuaciones del modelo de Lorenz

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -10x + 10y \\ \dot{y} &= -y + rx - xz \\ \dot{z} &= -\frac{8}{3}z + xy\end{aligned}$$

con $r = 28$, y para varias condiciones iniciales levemente distintas: $(x_0, y_0, z_0) = (10, 10, 27)$ y $(10, 10, 18)$. Integre hasta $t > 20$, y grafique $x(t)$. ¿Cuáles son las tolerancias en el error numérico en que es posible incurrir al resolver las ecuaciones del problema, de modo que el resultado sea reproducible?. Comente.

b) Verifique que, para t suficientemente pequeño, la solución crece exponencialmente, con el exponente determinado por el análisis de estabilidad lineal. Comente.

c) Repita el cálculo de a), omitiendo los términos no lineales de la ecuación. Compare y comente.

d) Resuelva numéricamente las ecuaciones del modelo de Lorenz con $r = 148.5$ y condiciones iniciales $(x_0, y_0, z_0) = (20, 54, 104)$ hasta $t = 4$. Grafique $z(t)$ vs $x(t)$. Comenten sus resultados.