

Mecánica FI2001-3
Ejercicio 2: Martes 4 de abril, 2022

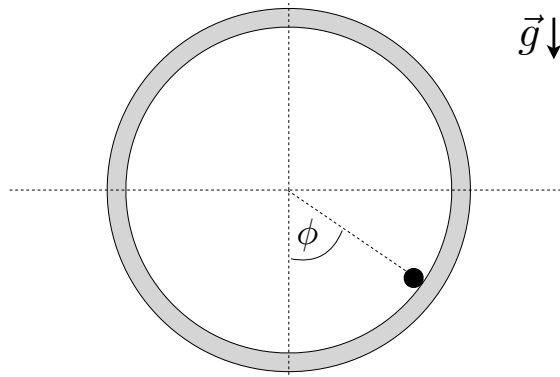
Prof. Gonzalo A. Palma. - Auxiliares: Francisco Colipi y Javier Huenupi
Ayudantes: Gabriel Marín y Valentina Suárez

Una masa puntual m puede deslizar, sin roce, por el interior de un cilindro de radio R . Considere la presencia de la fuerza de gravedad (ver figura).

(a) Identifique y escriba expresiones para las fuerzas que actúan sobre m en coordenadas polares (coordenadas cilíndricas con $z = 0$).

(b) Usando la segunda ley de Newton deduzca la ecuación de movimiento satisfecha por el ángulo ϕ .

(c) Multiplique cada término de esta ecuación por $\dot{\phi}$ e integrela una vez para obtener una relación entre $\dot{\phi}^2$ y ϕ . Asuma que en $t = 0$ la masa está en reposo en la posición ϕ_0 tal que $|\phi_0| < \pi/4$.



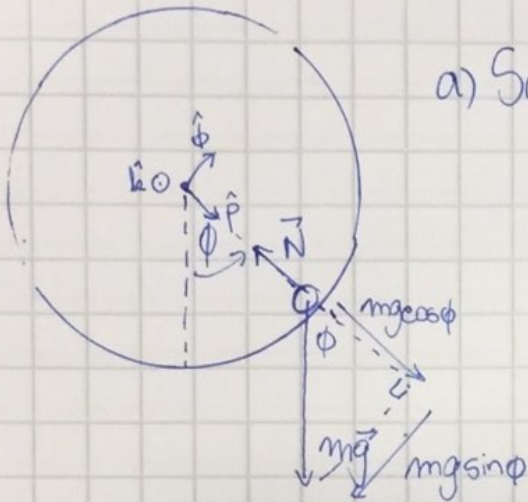
Recuerde: La posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares vienen dadas por:

$$\vec{r} = \rho \hat{\rho}, \tag{1}$$

$$\vec{v} = \dot{\rho} \hat{\rho} + \rho \dot{\phi} \hat{\phi}, \tag{2}$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\phi}^2) \hat{\rho} + (2\dot{\rho} \dot{\phi} + \rho \ddot{\phi}) \hat{\phi}. \tag{3}$$

Ejercicio 2



a) Solo tenemos la normal y el peso

$$\triangleright \vec{N} = -N\hat{r}$$

$$\triangleright m\vec{g} = mg\cos\phi\hat{r} - mg\sin\phi\hat{\phi}$$

b) Usaremos Ley de Newton

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

donde tenemos $\rho = R \Rightarrow \dot{\rho} = \ddot{\rho} = 0$ y $z = 0 \Rightarrow \dot{z} = \ddot{z} = 0$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{r} + (2\dot{\rho}\dot{\phi} + \rho\ddot{\phi})\hat{\phi} + \ddot{z}\hat{k} \\ &= -R\dot{\phi}^2\hat{r} + R\ddot{\phi}\hat{\phi} \end{aligned}$$

así que nos queda $\rightarrow -mR\dot{\phi}^2\hat{r} + mR\ddot{\phi}\hat{\phi} = -N\hat{r} + mg\cos\phi\hat{r} - mg\sin\phi\hat{\phi}$

$$\hat{r}) -mR\dot{\phi}^2 = -N + mg\cos\phi$$

$$\hat{\phi}) mR\ddot{\phi} = -mg\sin\phi$$

c) Usando truco de mecánica para $\hat{\phi}$)

$$R\dot{\phi}\frac{d\dot{\phi}}{d\phi} = -g\sin\phi \quad \int_{\phi_0}^{\phi} d\phi \Rightarrow \frac{\dot{\phi}^2}{2} - \frac{\dot{\phi}_0^2}{2} = \frac{g}{R}(\cos\phi - \cos\phi_0)$$