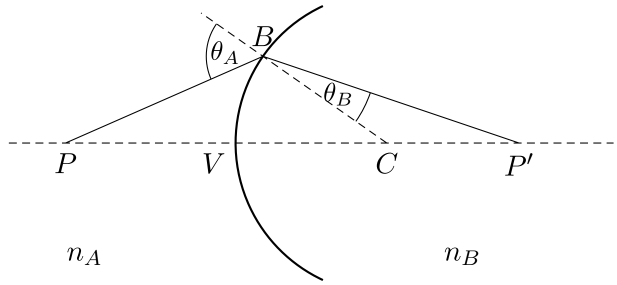
FI1100 Introducción a la Física Moderna
Tutor: Brandon Alvarado Guerra
Fecha: 26 de octubre de 2022

Tutoría 6

P1. Considere dos medios con índice de refracción diferentes n_A y n_B, separados por una superficie esférica de radio R y centro en C, tal como muestra la figura. El punto P es una fuente de luz puntual que está ubicado a una distancia s del vértice V ($s = PV$). Se pide mostrar que la distancia $s' = PV'$ a la que se forma la imagen P' cumple

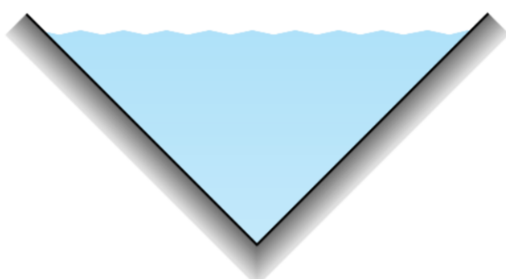
$$\frac{n_A}{s} + \frac{n_B}{s'} = \frac{n_B - n_A}{R}$$

Para esto, considere el rayo dibujado, que parte en P, se refracta en B y llega a P'.



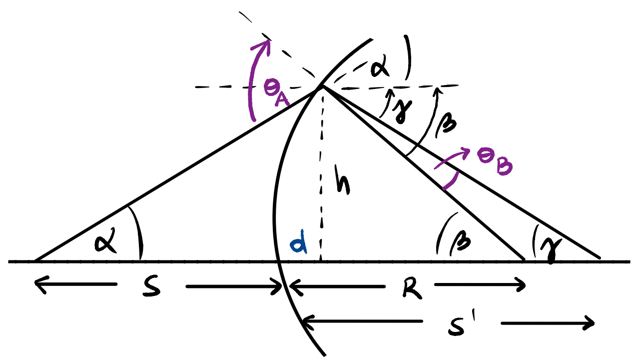
P2. Determine la distancia s a la que se debe poner un objeto frente a un espejo cóncavo para que la imagen tenga la mitad del tamaño de este.

P3. Dos espejos planos perpendiculares forman los lados de un recipiente que se llena con agua tal como muestra la figura. Un rayo de luz incide oblicuamente desde arriba, formando un ángulo θ con la normal a la superficie horizontal del agua. Demuestre que el rayo que emerge del agua es paralelo al rayo incidente.



P4. Dos antenas de radio A y B irradian en fase. La antena B se encuentra a 120 m a la derecha de la antena A. Considere el punto Q a lo largo de la extensión de la línea que conecta ambas antenas, una distancia horizontal de 40 m a la derecha de la antena B. Se puede variar la frecuencia y, por lo tanto, la longitud de onda de las ondas emitidas. Cuál es la longitud de onda más larga para la que habrá interferencia destructiva en el punto Q? Y para el caso de la constructiva?

P1. Veamos la figura y definamos ángulos y distancias



Para demostrar lo que se nos pide pensamos en la ley de Snell, la cual cumple

$$n_A \sin\theta_A = n_B \sin\theta_B$$

Por geometría vemos que se tiene

$$\theta_A = \alpha + \beta \quad ; \quad \theta_B = \beta - \gamma$$

Consideramos el límite paraxial, donde $s, s', R \gg 1 \Rightarrow \alpha, \beta, \gamma \ll 1$.
Así, $\sin(x) \approx tg(x) \approx x$

$$\Rightarrow \quad n_A \theta_A = n_B \theta_B$$

$$\Rightarrow \quad \alpha + \beta = \frac{n_B}{n_A}(\beta - \gamma) \qquad (*)$$

Otra relación que podemos obtener es con las distancias.
Tenemos

$$tg(\alpha) = \frac{h}{s+d} \quad ; \quad tg(\beta) = \frac{h}{R-d} \quad ; \quad tg(\gamma) = \frac{h}{s'-d}$$

Nuevamente en el límite paraxial

$$\Rightarrow \quad \alpha \approx \frac{h}{s} \quad ; \quad \beta = \frac{h}{R} \quad ; \quad \gamma = \frac{h}{s'} \qquad (**)$$

Reemplazando $(**)$ en $(*)$ obtenemos

$$\frac{\cancel{h}}{s} + \frac{\cancel{h}}{R} = \frac{n_B}{n_A}\left(\frac{\cancel{h}}{R} - \frac{\cancel{h}}{s'}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{n_A}{s} + \frac{n_A}{R} = \frac{n_B}{R} - \frac{n_B}{s'}$$

$$\therefore \quad \frac{n_A}{s} + \frac{n_B}{s'} = \frac{n_B - n_A}{R}$$

P2. Para que la imagen tenga la mitad de tamaño, sabemos que $m = \pm 1/2$. Analizamos por caso

$\underline{+|}$ $\quad m = \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{s'}{s} = \frac{1}{2} \Rightarrow s' = -s/2$

$$\Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{s} - \frac{2}{s} = \frac{2}{R} \Rightarrow s = -R/2$$

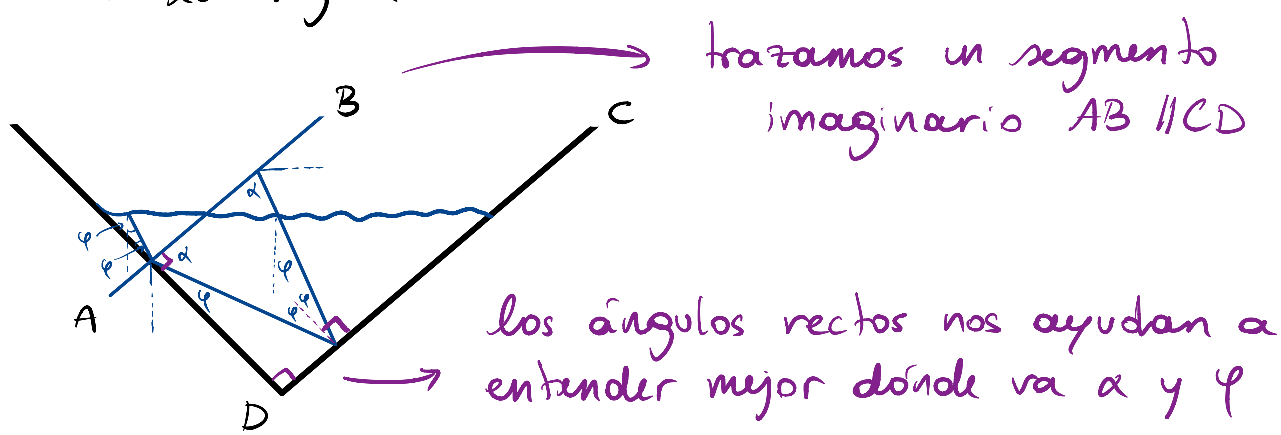
$\underline{-|}$ $\quad m = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{1}{2} \Rightarrow s' = s/2$

$$\Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \Rightarrow \frac{1}{s} + \frac{2}{s} = \frac{2}{R} \Rightarrow s = \frac{3}{2}R$$

Notemos que el objeto se encuentra en el lado de los rayos entrantes, por lo que $R > 0 \Rightarrow s > 0$. Así, Caso + : No es válido! Dado que la imagen estaría por el otro lado del espejo (También se puede analizar con la ec. del foco : $1/s + 1/s' = 1/f$).

Caso − : Caso válido, al tener el objeto del lado de los rayos entrantes.

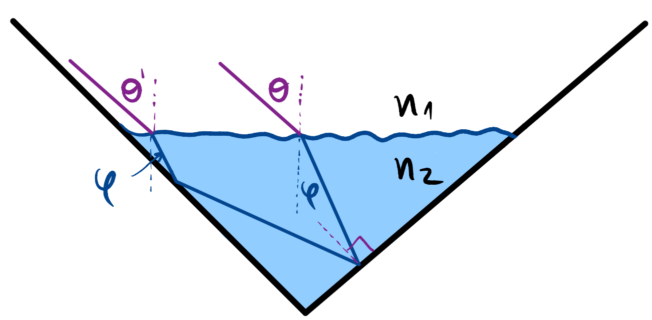
P3. Veamos la figura



Notemos que del triángulo interno se tiene

$$\Rightarrow \quad 2\alpha + 2\varphi = \pi \quad \Rightarrow \quad \alpha + \varphi = \pi/2 \quad \Rightarrow \quad \varphi = \pi/2 - \alpha$$

Así, tenemos lo siguiente



Por ley de Snell para el rayo incidente

$$n_1 \sin\theta = n_2 \sin\varphi$$

Y para el rayo saliente

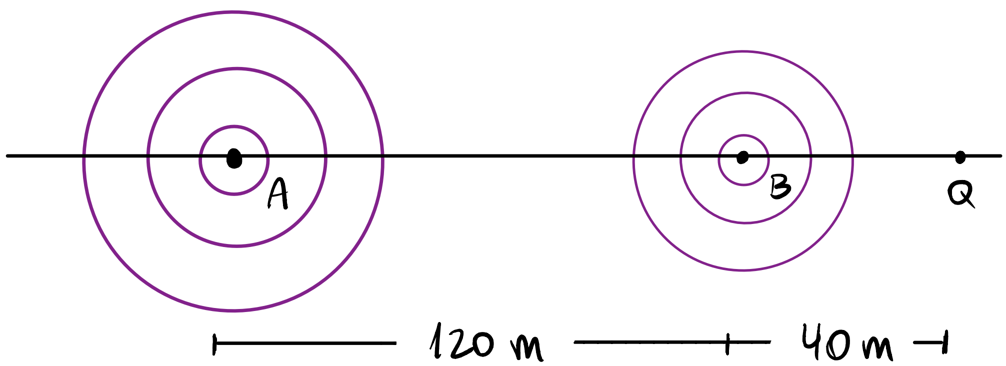
$$n_2 \sin\varphi = n_1 \sin\theta'$$

Igualando ambas ecuaciones se obtiene

$$n_1 \sin\theta = n_1 \sin\theta'$$

Por lo que tienen el mismo ángulo con respecto a la normal, es decir, el rayo incidente es paralelo al rayo que emerge.

P4.



a) En interferencia destructiva

$$r_A - r_B = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \Rightarrow 120\ m = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 240\ m$$

$= 0$ para que λ sea máximo

b) En interferencia destructiva

$$r_A - r_B = m\lambda \Rightarrow 120\ m = \lambda$$

$= 1$ para máx λ