FI1100 Introducción a la Física Moderna
Tutor: Brandon Alvarado Guerra
Fecha: 28 de septiembre de 2022

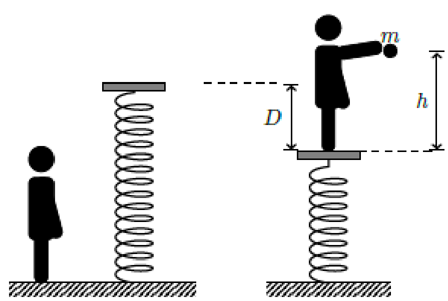
Tutoría 2

P1. Una plataforma se encuentra suspendida respecto al suelo mediante un resorte ideal de constante elástica k. El resorte y la plataforma tienen masas despreciables. Una persona de masa M lleva consigo una pelota de masa m, y gentilmente se sube a la plataforma, la cual alcanza una nueva posición de equilibrio a una distancia D por debajo de su posición original. Durante todo el problema asuma que la persona nunca pierde contacto con la plataforma.

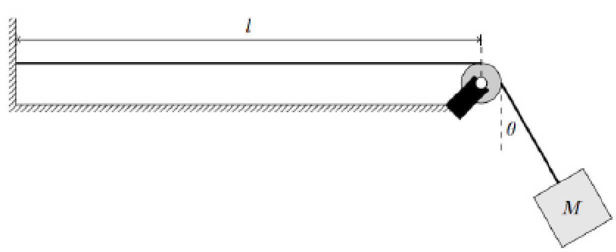
a) Encuentre el valor de D en términos de los datos del problema.

b) Súbitamente la persona abandona la pelota a una altura h sobre la plataforma. Calcule la altura de la plataforma en función del tiempo, con respecto al nivel de referencia ubicado una distancia D por debajo de la posición original de la plataforma. Grafique su resultado.

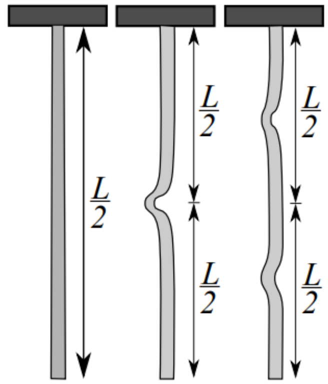
c) Si la pelota alcanza a la plataforma tras una oscilación completa del resorte, encuentre el valor de la razón h/D.



P2. Una cuerda de masa m y largo L sostiene un bloque de masa M, como se indica en la figura. La distancia entre el extremo fijo y la polea es ℓ. El bloque oscila libre de roce hasta un ángulo máximo θ. Determine, para un pulso que viaja a través de la cuerda horizontal, el tiempo de viaje del pulso cuando el péndulo pasa por la parte más baja y cuando esta en el ángulo máximo. Compare los resultados e indique en cual condición el pulso tarda menos tiempo.



P3. Considere una cuerda de densidad ρ y largo L que se cuelga del techo sin sostener ninguna masa, como se indica en la figura. Se golpea la cuerda en el centro generando dos pulsos que se propagan, uno ascendente y otro descendente.



a) ¿Cual de los pulsos llegara primero al extremo correspondiente de la cuerda?

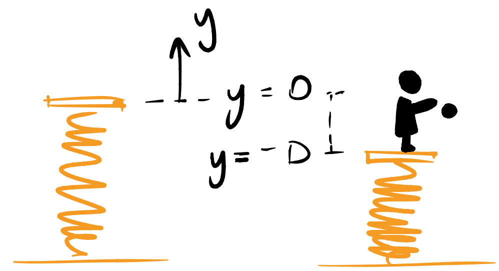
b) Al llegar al respectivo borde, cada pulso será reflejado. Diga si los pulsos se reencontrarán en el centro de la cuerda, por encima o por debajo del mismo. ¿Cómo será la superposición de los pulsos en ese instante?

Introducción a la Física Moderna
Tutoría #2
Tutor: Brandon Alvarado G.

P1. a) En la nueva posición de equilibrio

$$F_e = kD = (M+m)g \Rightarrow D = \frac{g}{k}(M+m)$$

b) Notando que podemos escribir una ecuación de movimiento para la altura y con $\sum \vec{F} = m\vec{a}$, se tiene



notemos que si elegimos $y<0$, la contribución $-ky$ es positiva, calzando con la dirección en que apunta la fza. elástica

$$-ky - Mg = M\ddot{y}$$

$$\Rightarrow \ddot{y} + \omega^2 y = -g \quad ; \quad \omega^2 = k/M$$

Veamos si podemos simplificar la ecuación. Pensemos que al soltar la pelota se modifica la posición de equilibrio. Tendremos

$$Mg = -ky_{eq} \Rightarrow y_{eq} = -\frac{Mg}{k}$$

soltamos m

Por lo que podemos definir

$$u(t) = y(t) - y_{eq} \Rightarrow \ddot{u} = \ddot{y}$$

$$\Rightarrow \ddot{u} + \frac{k}{M}\left(u - \frac{Mg}{k}\right) = -g$$

$$\Rightarrow \quad \ddot{u} + \omega^2 u = 0$$

Planteamos su solución general de la forma

$$u(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

Y como $y(t) = u(t) + y_{eq}$

$$\Rightarrow \quad y(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t) - \frac{Mg}{k}$$

Vemos las condiciones iniciales:

$$y(0) = -D \quad \Rightarrow \quad -D = A - \frac{Mg}{k} \quad \Rightarrow \quad A = \frac{Mg}{k} - D$$

$$\dot{y}(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad -A\omega \underbrace{\sin(\omega t)}_{0} + B\omega \underbrace{\cos(\omega t)}_{1} = 0 \quad \Rightarrow \quad B = 0$$

$$\Rightarrow \quad y(t) = \left(\frac{Mg}{k} - D\right)\cos(\omega t) - \frac{Mg}{k}$$

$$= \left(\cancel{\frac{Mg}{k}} - \frac{g}{k}(\cancel{M} + m)\right)\cos(\omega t) - \frac{Mg}{k}$$

$$\therefore \quad y(t) = -\frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}\, t\right) - \frac{Mg}{k}$$

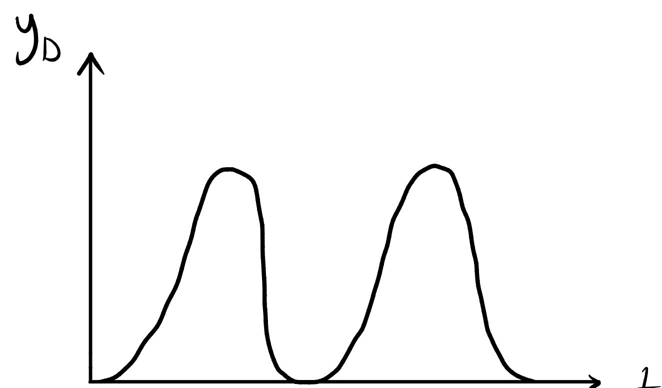
Y con respecto a la posición $y = -D$ se cumple

$$y_D(t) = D - \frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}\, t\right) - \frac{Mg}{k}$$

$$= \frac{g}{k}(M+m) - \frac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}\,t\right) - \frac{Mg}{k}$$

$$\therefore \quad y_D(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - \cos\left(\sqrt{\frac{k}{M}}\,t\right)\right)$$

Gráficamente:



c) Sabemos que el período de oscilación es

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{M/k}$$

Por otro lado, tenemos que la altura

$$h = \frac{g}{2}T^2 = \frac{g}{\cancel{2}}\,\cancel{4}^{\,2}\pi^2\,\frac{M}{k} = 2\pi^2\,\frac{Mg}{k}$$

$$D = \frac{g}{k}(M+m) \Rightarrow k = \frac{g}{D}(M+m)$$

$$\Rightarrow \quad h = 2\pi^2 M\cancel{g} \frac{D}{\cancel{g}(M+m)}$$

$$\therefore \quad \frac{h}{D} = \frac{2\pi^2 M}{(M+m)}$$

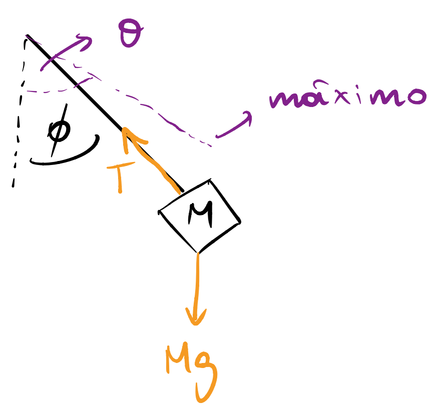
P2. El tiempo de viaje del pulso está dado por

$$\Delta t = \frac{\ell}{v} = \ell\sqrt{\frac{\mu}{T}}$$

densidad de la cuerda

tensión

El ángulo máximo al cual el bloque llega es θ. De manera general



$$\Rightarrow \quad T - Mg\cos\phi = Ma_c$$

$$T - Mg\cos\phi = \frac{Mv^2}{(L-\ell)}$$

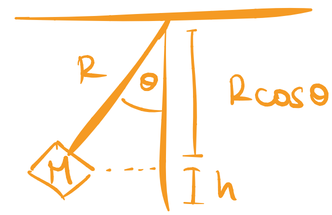
En el ángulo máximo $v = 0$

$$\Rightarrow \quad T = Mg\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \Delta t_\theta = \ell\sqrt{\frac{m/L}{Mg\cos\theta}}$$

¿Y cuándo $\phi = 0$? Por conservación de energía

$$K_0 + \cancel{U_0}^{\,0} = \cancel{K_\theta}^{\,0} + U_\theta$$

$$\underset{v=0}{\downarrow} \qquad \underset{h=0}{\downarrow}$$



$h = R - R\cos\theta$

$R = L - \ell$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} M v_0^2 = Mg(L-\ell)\overbrace{(1-\cos\theta)}^{\text{de dónde viene?}}$$

$$\Rightarrow \quad v_0^2 = 2g(L-\ell)(1-\cos\theta)$$

La nueva ecuación de movimiento es

$$T - Mg = \frac{2Mg}{\cancel{(L-\ell)}}\cancel{(L-\ell)}(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow \quad T = Mg + 2Mg - 2Mg\cos\theta$$

$$= Mg(3 - 2\cos\theta)$$

$$\therefore \quad \Delta t_{\phi=0} = \ell\sqrt{\frac{m/L}{Mg(3-2\cos\theta)}}$$

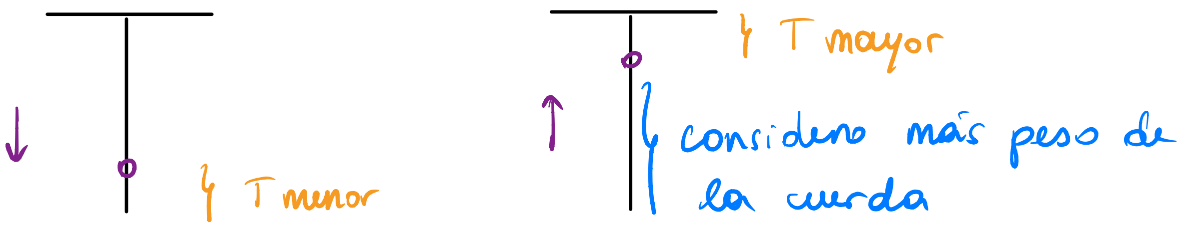
¿Qué pulso tarda menos entonces? Comparemos denominadores

$$Mg(3-2\cos\theta) > Mg\cos\theta \Rightarrow 3Mg > 3Mg\cos\theta \Rightarrow 1 > \cos\theta \ //$$

$$\therefore \Delta t_\theta > \Delta t_{\phi=0}$$

P3. a) ¿Cuál pulso llega primero?

La velocidad de propagación $c = \sqrt{T/\rho}$, por lo que a mayor tensión, mayor velocidad



∴ El pulso que sube llega primero a su extremo

b) Como el pulso que sube va más rápido, se reencontrarán bajo el centro. Además, el pulso que sube al chocar se refleja invertido, y el que baja se refleja derecho, por lo que se cancelan.